



Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Introducción al Álgebra 12-1

Control 3

P1. a) Se define en \mathbb{Z} la relación \mathcal{R} por

$$m\mathcal{R}n \Leftrightarrow m^2 - n^2 \text{ es múltiplo de } 3.$$

- (i) (2,0 pts.) Demuestre que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
 - (ii) (1,0 pto.) Determine 4 elementos de $[0]_{\mathcal{R}}$ y de $[1]_{\mathcal{R}}$.
- b) Sea $\mathcal{F} = \{(A, f) / A \subseteq \mathbb{R} \wedge f : A \rightarrow \mathbb{R}, \text{ es función}\}$. Se define en \mathcal{F} la relación Ω por

$$(A, f)\Omega(B, g) \Leftrightarrow \{A \subseteq B \wedge (\forall x \in A) f(x) = g(x)\}.$$

- (i) (2,5 pts.) Demuestre que Ω es una relación de orden.
- (ii) (0,5 pts.) ¿Es Ω un orden total en \mathcal{F} ? Justifique.

P2. a) (3,0 pts.) Demuestre, usando inducción, que para todo $n \geq 1$, $2^{2n+1} + 1$ es divisible por 3.

b) (3,0 pts.) Se sabe que

$$\sum_{k=1}^n a_k a_{k+1} = b_n.$$

Calcule $\sum_{k=1}^n a_k a_{k-1}$ y $\sum_{k=n}^{2n+1} a_k a_{k+1}$

Consultas sólo al auxiliar
Justifique cada uno de sus pasos
Tiempo: 1:15